

Innehåll

Inledning	3
Bedömningsanvisningar	3
Allmänna bedömningsanvisningar	3
Bedömningsanvisningar Del I	4
Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 5/5) □	5
Matematikinnehåll, slutsatser och samband i uppgift 11 – Rektanglar	6
Bedömningsanvisningar Del II	22
Kravgränser	30
Provsammanställning	31

Bilagor

1. Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000	32
2. Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000	33
3. Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000	34

Inledning

Skolverket har uppdragit åt PRIM-gruppen vid Stockholms universitet att ansvara för konstruktion och resultatanalys av nationella kursprov i matematik kurs A för den gymnasiala utbildningen.

Vårens A-kursprov består av två delprov, Del I och Del II. Del I ska genomföras den 7 maj och har en provtid på 60 minuter. Del II ska genomföras den 13 maj med en provtid på 120 minuter.

Kravgränser för Godkänt, Väl godkänt och Mycket väl godkänt ges för *kursprovet som helhet*.

Bedömningsanvisningar

Bedömningen ska göras med olika kvalitativa poäng, g- och vg-poäng. Vi har bedömt uppgiftens innehåll och elevlösningarnas kvalitet utifrån kursplanen och betygskriterierna. De olika uppgifterna har kategoriserats och olika lösningar till dessa har analyserats. Sedan har svaret, lösningen eller dellösningen poängsatts med g-poäng och/eller vg-poäng.

För kortsvarsuppgifterna gäller att korrekt svar bedöms med 1 g-poäng eller 1 vg-poäng.

Till de uppgifter som eleverna ska lämna fullständiga lösningar ska arbetena bedömas med g- och vg-poäng. T ex innebär beteckningen (2/1) att elevens lösning högst kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng. Uppgift 11 (Del I) ska aspektbedömas med stöd av en matris.

Några uppgifter i provet är markerade med . På dessa uppgifter kan eleven visa MVG-kvaliteter. Det kan t ex innebära att eleven använder generella metoder, modeller och resonemang, att eleven analyserar sina resultat och redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.

Allmänna bedömningsanvisningar

Positiv bedömning

Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i bedömningsanvisningarna. Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningens förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Det går då att ge delpoäng för en lösning som visar att en elev kommit en bit på väg.

Uppgifter där endast svar krävs

Uppgifter av kortsvarstyp där endast svar krävs ger 1 poäng. Exempel på godtagbara svar ges i bedömningsanvisningarna. Endast svaret beaktas.

Uppgifter där fullständig redovisning fordras

Enbart svar utan motiveringar ger inga poäng. För full poäng krävs korrekt redovisning med godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången lätt kan följas. Korrekt metod eller förklaring till hur uppgiften kan lösas ska ge delpoäng även om det därefter följer en felaktighet, t ex räknefel. Om eleven också slutför uppgiften korrekt ger det fler poäng.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

På de □-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning (uppgift 11 Del I och uppgift 9 d och 11 Del II).
- analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet från olika typer av matematiska problem (uppgift 11 Del I).
- genomför matematiska bevis och/eller analyserar matematiska resonemang (uppgift 11 Del I).
- värderar och jämför olika metoder/modeller (uppgift 8 Del II).
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk (uppgift 11 Del I och uppgift 9 d och 11 Del II).

Bedömningsanvisningar Del I

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och antalet g- respektive vg-poäng som detta svar är värt.

Uppgift	Korrekt svar	Poäng
1.	50,75 ; Svar i intervallet 50,7–50,8	1 g
2.	30	1 g
3.	En graf där målgången är före den inritade	1 g
4.	9 liter	1 g
5.	50	1 g
6.	30 grader	1 g
7.	Vilken är brödernas sammanlagda ålder?	1 vg
8.	44	1 vg
9.	$1,12 \leq s \leq p$; $s + 0,12 \leq p$; $\frac{p}{s} = 1,12$	1 vg
10.	a^2b	1 vg

Aspektbedömning med stöd av matrix

Bedömningen underlättas om läraren är väl insatt i bedömningsanvisningarna. En modell som används på många skolor är att de lärare som har elever som deltagit i A-kursprovet träffas och diskuterar de bedömningar som gjorts på de autentiska elevarbetena.

Bedömningsanvisningar uppgift 11 (Max 5/5) ▢

För att underlätta en likvärdig bedömning av elevernas arbeten med uppgift 11 har en uppgiftsspecifik bedömningsmatrix utvecklats. Matrixen fyller två syften. Den ger information om vad som bedöms i en elevs redovisning. Dessutom kan man med hjälp av den omsätta bedömningen till olika kvalitativa poäng. Den uppgiftsspecifika matrixen bygger på den generella matrixen (se "Information till läraren"). Efter den uppgiftsspecifika matrixen visas ett antal autentiska elevarbeten (sid 7–21) som är bedömda med matrixen. Elevarbetena är avskrivna för att vara mer lättlästa.

Uppgiftsspecifik bedömningsmatrix till uppgift 11

Bedömningen avser	Kvalitativa nivåer		
	Lägre		Högre
Metodval och genomförande <i>I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.</i> <i>Hur fullständigt och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</i>	Eleven bestämmer arean hos två rektanglar. Eleven prövar och finner ett par av rektanglar med "lika stor area". (1/0) (2/0)	Eleven påbörjar metod som är lämplig för att lösa problemet t ex upprepade provning (minst tre rektangelpar som uppfyller beskrivning). (2/1)	Eleven anger sambandet mellan sidorna i ett rektangelpar. (2/2)
Matematiska resonemang <i>Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</i>	Eleven drar någon slutsats eller enklare utifrån sin undersökning (1/0)	Eleven för ett resonemang som pekar mot sambandet. (1/1)	Eleven visar samband mellan rektangelparen geometriskt eller algebraiskt. (1/2)
Redovisning och matematiskt språk <i>Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</i>	Redovisningen innehåller figurer som är tydligt ritade och enheterna angivna. Redovisningen behöver endast omfatta första delen av uppgiften. (1/0)	Redovisningen är möjlig att förstå och följa och omfattar en stor del av problemet. (2/0)	Redovisningen är välstrukturerad och omfattar större delen av problemet. Det matematiska språket är lämpligt. (2/1)

Matematikinhåll, slutsatser och samband i uppgift 11 – Rektanglar

För att underlätta bedömningen har vi gjort en sammanställning av olika slutsatser, som vi funnit i elevarbeten vid utprovningen. Från elevarbeten har vi dessutom hämtat olika sätt att uttrycka sambandet mellan rektanglarna med lika stor area.

Tabell över de första rektanglarna med sidor som är heltal

Rektangel A	Rektangel B	Area
2 ; 2	4 ; 1	4
4 ; 3	6 ; 2	12
6 ; 4	8 ; 3	24
8 ; 5	10 ; 4	40
10 ; 6	12 ; 5	60
12 ; 7	14 ; 6	84
14 ; 8	16 ; 7	112
osv	osv	osv

Enklare slutsatser som eleverna dragit och som bara gäller för rektanglar med sidor som är heltal

- Alla areor är jämna tal.
- Alla areor är delbara med 4.
- Slutsatser om udda och jämna tal t ex att av de fyra mätetalen (bas och höjd i de två rektanglarna) är tre tal jämna och ett udda.
- Slutsatser om vilka areor som är tänkbara och som gör det möjligt att hitta nya rektanglar.

Enklare slutsats för rektanglar med sidor som ej nödvändigtvis behöver vara heltalsvärden

- Omkretsen ökar med 2 cm.

Samband mellan rektangelpar beskrivna med ord

- För att hitta nästa rektangelpar ökar man höjden med ett och basen med två i båda rektanglarna.

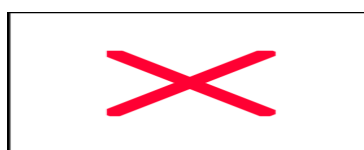
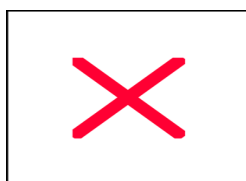
Samband inom rektangelparet beskrivna med ord

- Rektangel B:s bas är dubbelt så lång som rektangel A:s höjd och rektangel B:s höjd är hälften så lång som rektangel A:s bas.
- Adderar man höjderna i de båda rektanglarna, så är denna summa hälften av basernas summa.

Dessa samband har många elever kommit fram till utan att använda algebra eller systematisk provning.

Generell lösning

$$\begin{aligned}xy &= (x+2)(y-1) \\xy &= xy - x + 2y - 2 \\x &= 2y - 2\end{aligned}$$

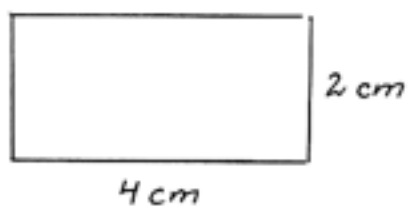


Av detta samband följer att rektangel B:s sidor är: $x+2=2y$ och $y-1=\frac{x}{2}$

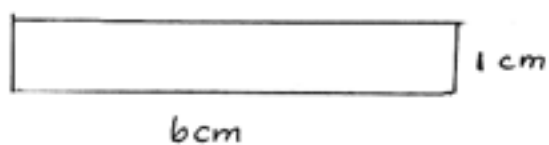
Sambandet $x=2y-2$ bestämmer relationen mellan värdena på x och y i rektangel A. Med detta samband kan också nya A-rektanglar bestämmas.

Här följer bedömda elevarbeten till uppgift 11

Elevarbete 1



$$\begin{array}{r} 4 \\ \cdot 2 \\ \hline 8 \text{ cm}^2 \end{array}$$

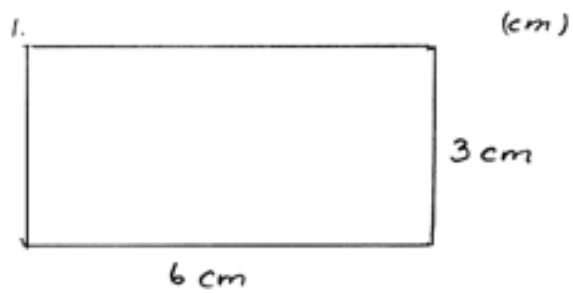


$$\begin{array}{r} b \\ \cdot 1 \\ \hline b \text{ cm}^2 \end{array}$$

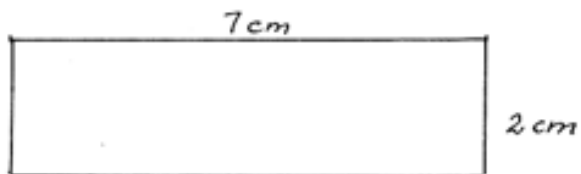
Bedömning elevarbete 1

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	×	—	1/0	
Matematiska resonemang	—	×	—	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	—	×	—	1/0	
Summa				2/0	

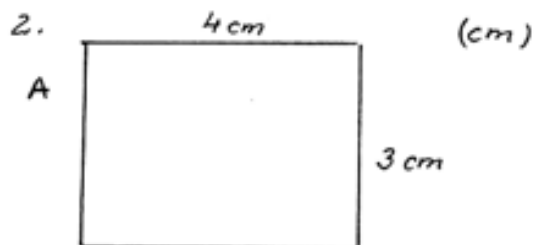
Elevarbete 2



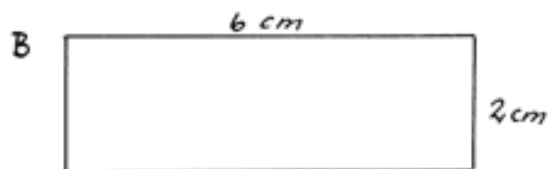
$$\text{Area} = 18 \text{ cm}^2$$



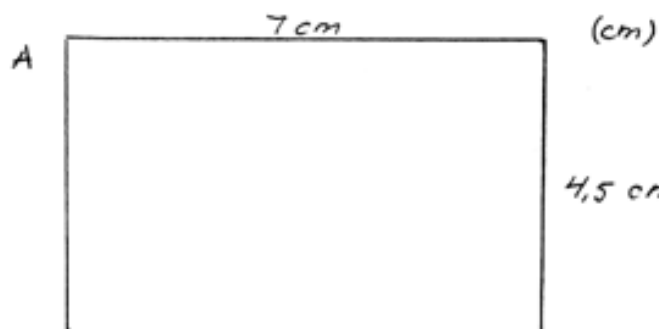
$$\text{Area} = 14 \text{ cm}^2$$



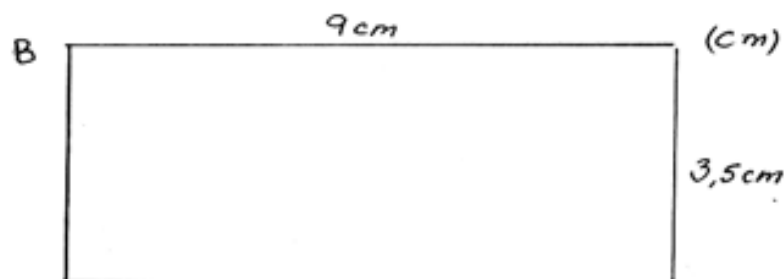
$$\text{Area} = 12 \text{ cm}^2$$



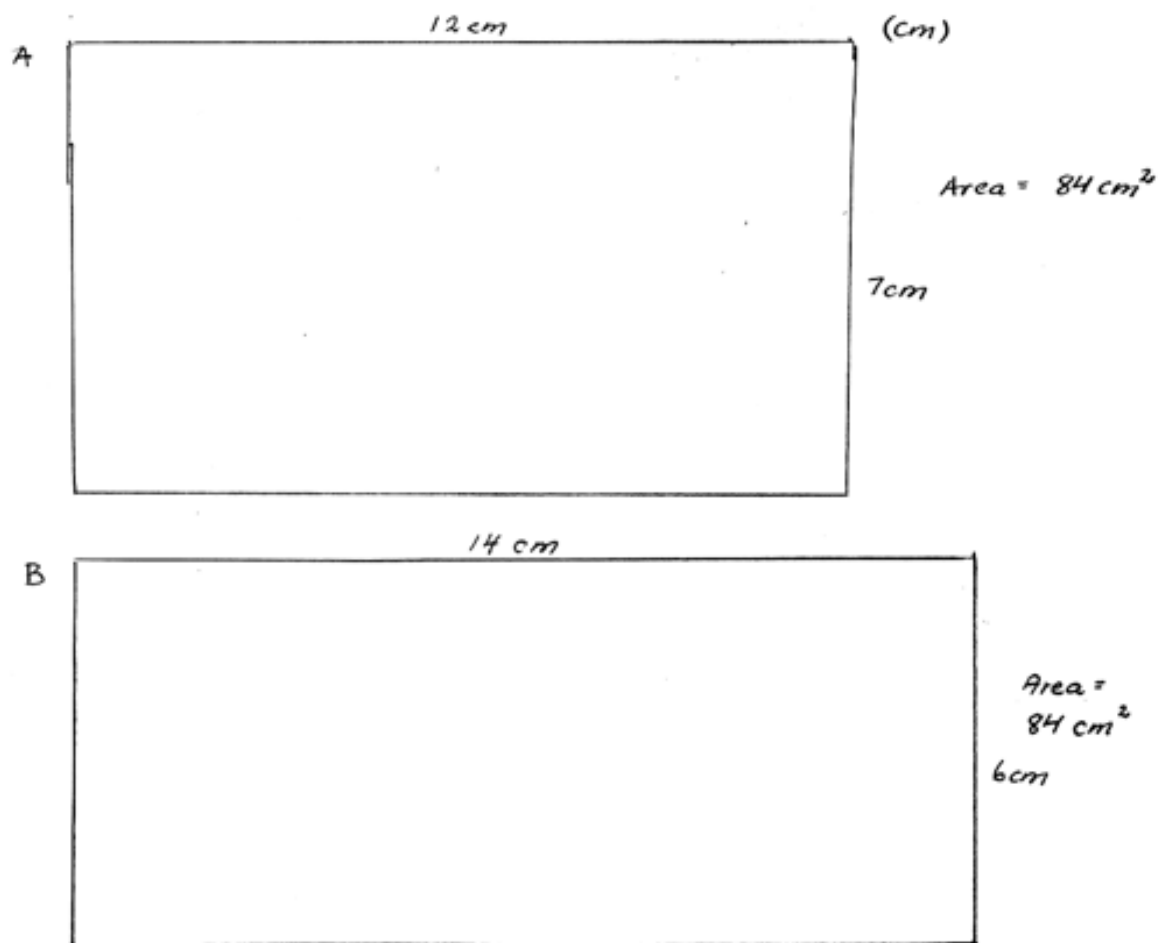
$$\text{Area} = 12 \text{ cm}^2$$



$$\text{Area: } 31,5 \text{ cm}^2$$



$$\text{Area} = 31,5 \text{ cm}^2$$

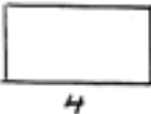


Bedömning elevarbete 2

Kvalitativa nivåer					Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	—	×	→	2/1	
Matematiska resonemang	×	—	—	→	0/0	
Redovisning och matematiskt språk	—	×	—	→	1/0	Redovisningen består endast av rektanglar och areaberäkning
Summa					3/1	

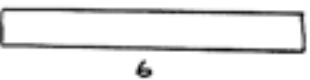
Elevarbete 3

1

A  (cm)

$$A = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$$

$$O = 4 + 4 + 2 + 2 = 12 \text{ cm}$$

B 

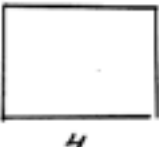
$$A = 6 \cdot 1 = 6 \text{ cm}^2$$

$$O = 6 + 6 + 1 + 1 = 14 \text{ cm}$$

$$8 - 6 = 2 \quad 14 - 12 = 2$$

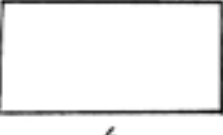
Svar: Rektangel A har 2 cm^2 större area men rektangel B har 2 cm större omkrets

2

A  (cm)

$$A = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$$

$$O = 4 + 4 + 3 + 3 = 14 \text{ cm}$$

B 

$$A = 6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$$

$$O = 6 + 6 + 2 + 2 = 16 \text{ cm}$$

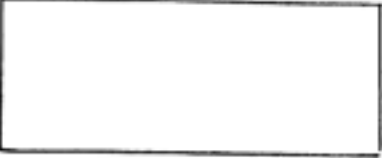
$$12 - 12 = 0 \quad 16 - 14 = 2 \text{ cm}$$

Svar: Rektangel A och B har lika stor area men B har längre omkrets.

A  (cm)

$$A = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

$$O = 8 + 8 + 5 + 5 = 26 \text{ cm}$$

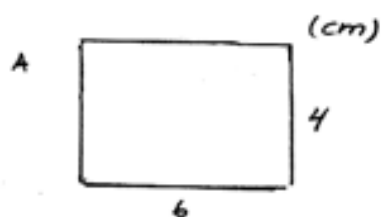


$$A = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$$

$$O = 10 + 10 + 4 + 4 = 28 \text{ cm}$$

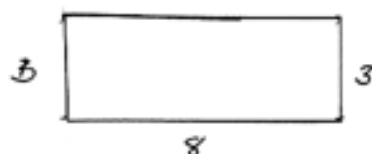
$$40 - 40 = 0 \text{ cm}^2 \quad 28 - 26 = 2 \text{ cm}$$

Svar: Rektangel A och B har lika stor area men B har 2 cm längre omkrets.



$$A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$$

$$O = 6 + 6 + 4 + 4 = 20 \text{ cm}$$

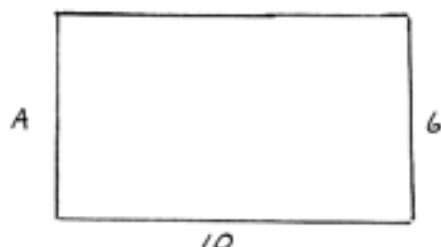


$$A = 8 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^2$$

$$O = 8 + 8 + 3 + 3 = 22 \text{ cm}$$

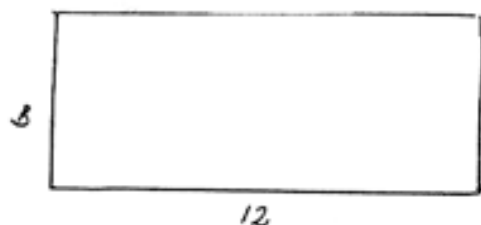
$$24 - 24 = 0 \text{ cm}^2 \quad 22 - 20 = 2 \text{ cm}$$

Svar: Rektangel A och B har lika stor area men B har 2 cm längre omkrets.



$$A = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$$

$$O = 10 + 10 + 6 + 6 = 32 \text{ cm}$$



$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$O = 12 + 12 + 5 + 5 = 34 \text{ cm}$$

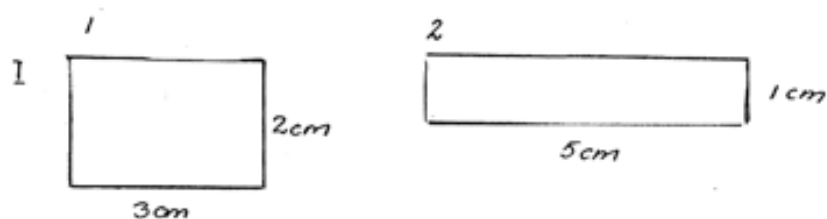
$$60 - 60 = 0 \text{ cm}^2 \quad 34 - 32 = 2 \text{ cm}$$

Svar: Rektangel A och B har lika stor area men B har längre omkrets.

Bedömning elevarbete 3

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	—	×	2/1	
Matematiska resonemang	—	×	—	1/0	Eleven drar en enklare slutsats även om slutsatsen följer av uppgiftsformuleringen
Redovisning och matematiskt språk	—	—	×	2/0	
Summa				5/1	

Elevarbete 4



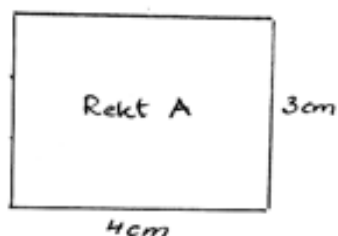
$$A = B \cdot h$$

Rektangel 1 $B = 3\text{cm}$ $h = 2\text{cm}$ $A = 3 \cdot 2\text{ cm}^2 = 6\text{ cm}^2$

Rektangel 2 $B = 5\text{cm}$ $h = 1\text{cm}$ $A = 5 \cdot 1\text{ cm}^2 = 5\text{ cm}^2$

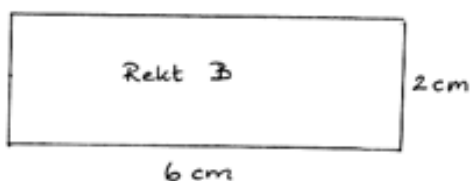
Den första rektangeln har 1 cm^2 större area än den andra.

II



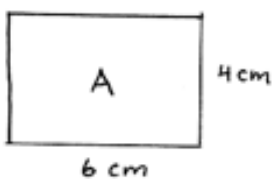
$$A = B \cdot h$$

$B = 4\text{cm}$ $h = 3\text{cm}$ $A = 4 \cdot 3\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2$



$B = 6\text{cm}$ $h = 2\text{cm}$ $A = 6 \cdot 2\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2$

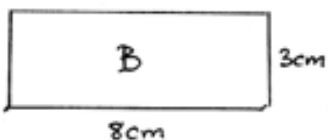
Rekt A - $B = 4\text{cm}$ $h = 3\text{cm}$
 Rekt B - $B = 6\text{cm}$ $h = 2\text{cm}$
 (+2) (-1)



$$A = B \cdot h$$

rekt A - $6 \cdot 4 = 24\text{ cm}^2$

rekt B - $8 \cdot 3 = 24\text{ cm}^2$



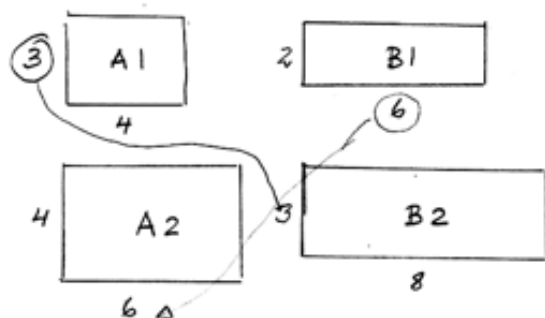
Jag ritar INTE skalnligt



rekt A $B = 10\text{cm}$ $h = 6\text{cm}$
 $6 \cdot 10 = 60\text{ cm}^2$

rekt B: $B = 12\text{cm}$ $h = 5\text{cm}$
 $12 \cdot 5 = 60\text{ cm}^2$

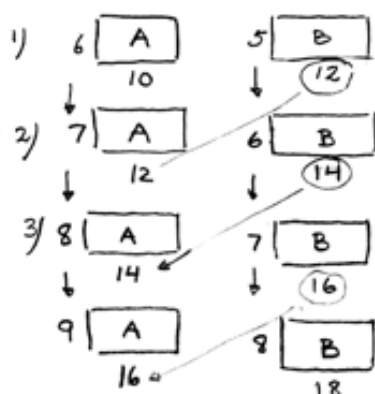
Rektangelpar 1 : Jag bestämde att arean = 12 cm^2 , för 12 kan delas med mycket. ($3 \cdot 4 = 12$ $6 \cdot 2 = 12$)



Redan här ser jag

ett mönster

A2:s höjd är 1 cm längre än A1:s
B2:s höjd är då lika lång som A1:s höjd
A2:s bas är lika lång som B1:s bas.
B2:s bas är 2 cm längre och den ger
då nästa rektangelpars A-rektangelns bas.

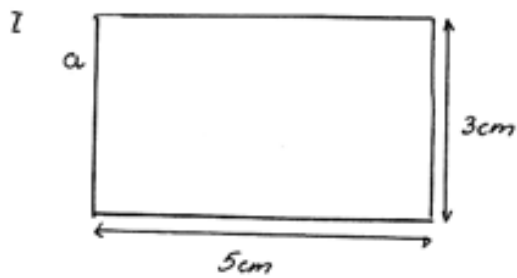


Har man fått en rektangel kan man
göra hur många som helst. Mönstret
blir tydligast om man ritat
rektanglarna under varandra.
Bas-måttén kommer igen i nästa
rektangel. Höjd-måttén ökar med
1 cm för varje rektangel.

Bedömning elevarbete 4

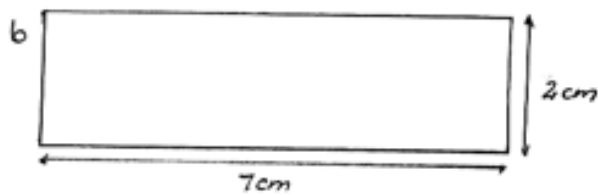
Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	2/1	Eleven anger samband mellan olika rektangelpar
Matematiska resonemang	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	2/1	
Summa	5/3	

Elevarbete 5



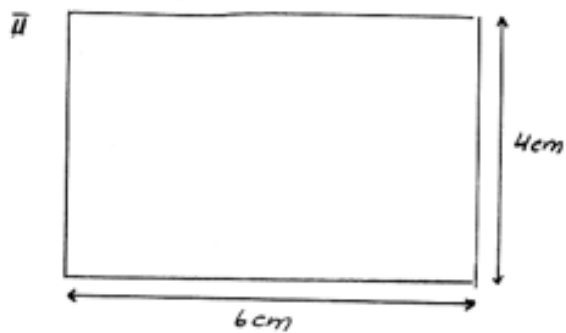
$$h \cdot b$$

$$A = 3\text{cm} \cdot 5\text{cm} = 15\text{cm}^2$$



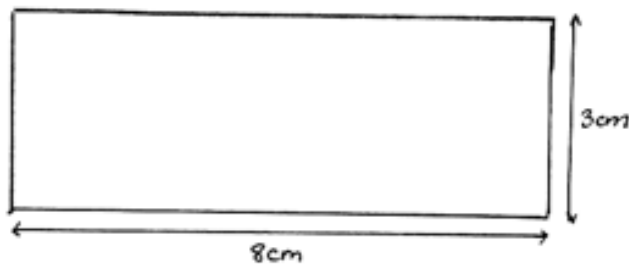
$$A = b \cdot h = 7 \cdot 2 = 14\text{cm}^2$$

De två rektangelernas area var inte lika. A rektangelns area var 1cm^2 större än B rektangelns area.



Rektangel A

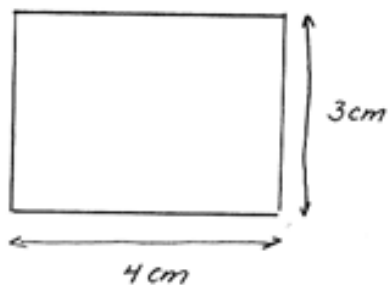
$$A = b \cdot h = 6 \cdot 4 = 24\text{cm}^2$$



Rektangel B

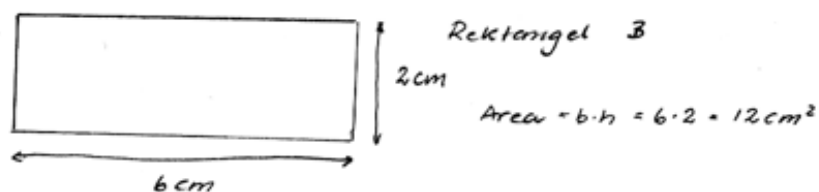
$$A = b \cdot h = 8 \cdot 3 = 24\text{cm}^2$$

Lika!



Rektangel A

$$A = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12\text{cm}^2$$



Sambandet för dessa rektanglar är att Rektangel B:s bas alltid är dubbelt så stor som rektangel A:s höjd och rektangel B:s höjd är hälften så stor som rektangel A:s bas.

Slutsats: två olika rektanglar kan ha samma area.

Det finns ett samband mellan dessa rektanglar, skrivet ovan.

Mer exempel:

$$A = b \cdot h = 10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

$$A = b \cdot h = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$A = b \cdot h = 14 \cdot 8 = 112 \text{ cm}^2$$

$$A = b \cdot h = 16 \cdot 7 = 112 \text{ cm}^2$$

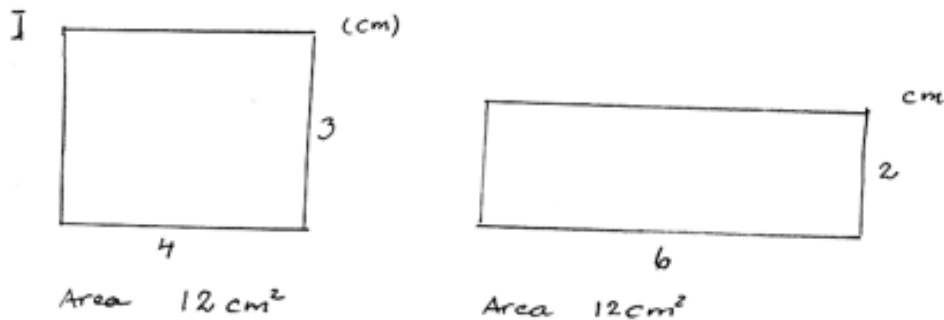
Bedömning elevarbete 5

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	2/2	
Matematiska resonemang	1/1	
Redovisning och matematiskt språk	2/1	
Summa	5/4	

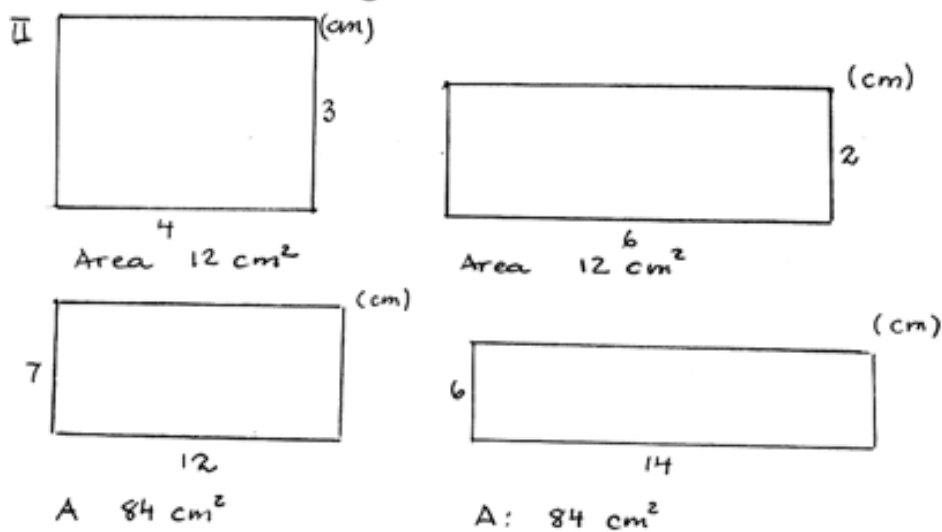
Elevarbete 5 visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	formulera ett samband mellan rektanglarna utifrån sin undersökning
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Elevarbete 6



De båda rektanglarnas area är lika stora

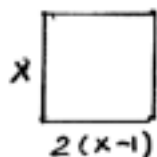


Det finns många exempel att ta upp här men jag nöjer mig med två för att i stället sammanfatta med en ritning.

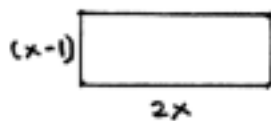


Jag ska försöka förklara min tankegång genom att hänvisa till ritningen ovan. Denna typ av rektangelpar följer ett visst mönster; sidan D är alltid dubbelt så stor som sidan A, sidan B är alltid dubbelt så stor som sidan C. Samtidigt måste C vara 1 cm kortare än A och D 2 cm längre än B.

Jag gör ett exempel till nedan.



$$A: 2x(x-1)$$



$$A: 2x(x-1)$$

Bedömning elevarbete 6

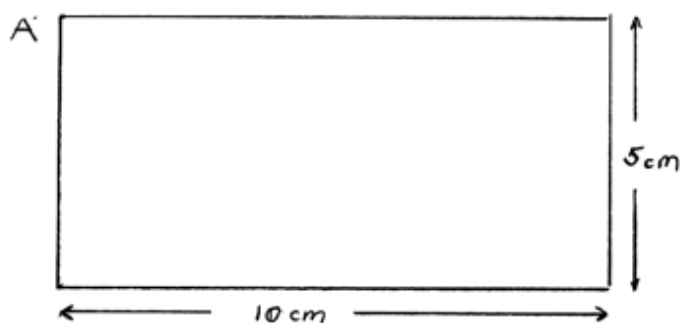
Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	—	—	—	2/2	
Matematiska resonemang	—	—	—	1/2	Eleven gör en empirisk härledning
Redovisning och matematiskt språk	—	—	—	2/1	
Summa				5/5	

Elevarbete 6 visar följande MVG-kvaliteter:

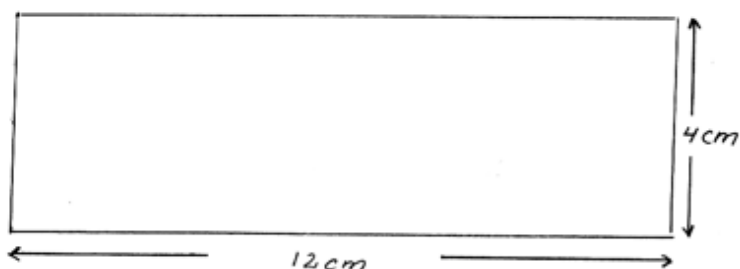
MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	formulera ett samband mellan rektanglarna utifrån sin undersökning
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	visa att areorna är lika med hjälp av en empirisk härledning
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat med korrekt matematiskt språk

Elevarbete 7

I Svar $A = 5 \cdot 10 = 50 \text{ cm}^2$

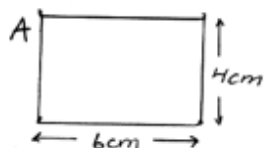
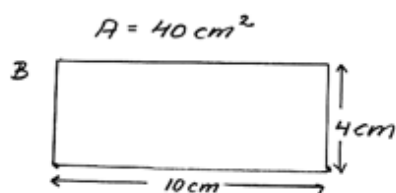
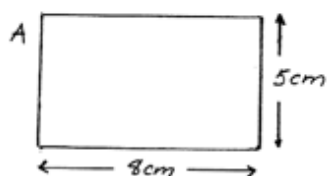


Svar: $A = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}^2$

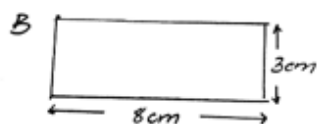


Den första rektangelns area är 50 cm^2 och den andra rektangelns area är 48 cm^2 . Arean på den andra rektangeln blev 2 cm^2 mindre eftersom att 1 cm från höjden innebär 10 cm^2 mindre, men 2 cm till basen innebär 8 cm^2 mer. Det är ändå 2 cm^2 mindre än i första rektangeln eftersom att höjden i rektangel B inte var hälften av basens längd i rektangel A.

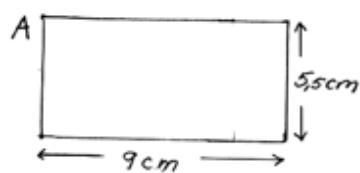
2. Svar $A = 40 \text{ cm}^2$



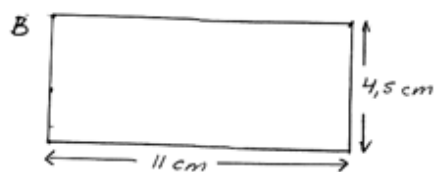
$A = 24 \text{ cm}^2$



$A = 24 \text{ cm}^2$



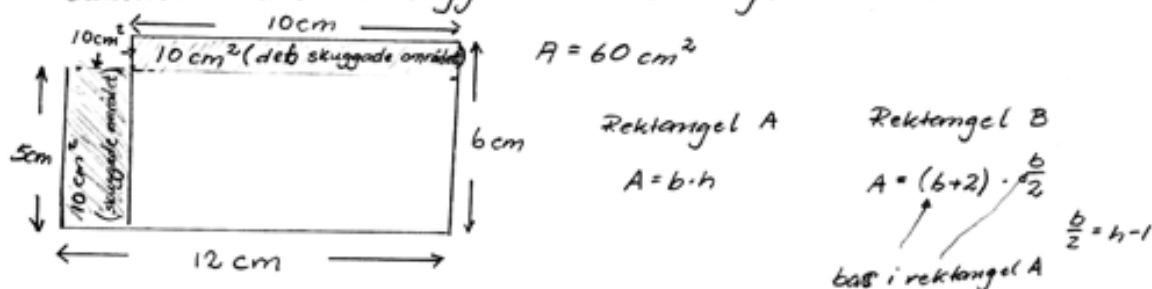
$A = 49,5 \text{ cm}^2$



$A = 49,5 \text{ cm}^2$

Höjden i rektangel B måste vara hälften av basens längd i rektangel A, för att det ska bli lika stor area för båda.

Det som försvinner från arean när man tar bort 1 cm från höjden är basen $\cdot 1$, men om höjden då blir hälften av basens längd i första rektangeln så tas det $\cdot 2$, och samma summa läggs till arean igen tex



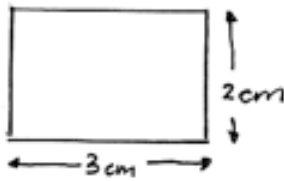
Bedömning elevarbete 7

Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	2/2	
Matematiska resonemang	1/2	
Redovisning och matematiskt språk	2/1	
Summa	5/5	

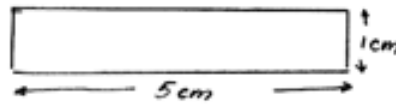
Elevarbete 7 visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	formulera ett samband mellan rektanglarna utifrån en geometrisk tolkning
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	genomföra ett geometriskt resonemang
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa en klar tankegång med korrekt matematiskt språk

I



Omkrets: 10 cm
Area: 6 cm²

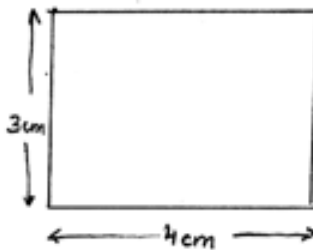


Omkrets: 12 cm
Area: 5 cm²

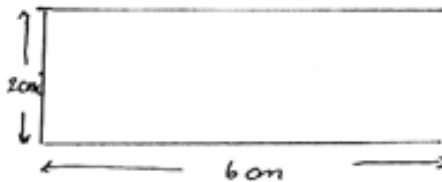
II

Trå rektanglar ska ha samma area.

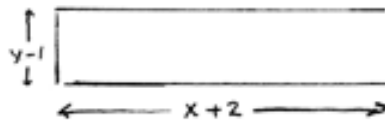
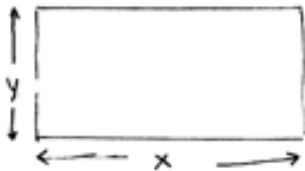
Den ena rektangeln ska ha 2 cm längre bas och 1 cm kortare höjd än den andra.



Area 12 cm²



Area 12 cm²



Samband $x \cdot y = (x+2)(y-1)$

$$xy = xy - x + 2y - 2$$

$$2 = -x + 2y$$

$$x+2 = 2y$$

Basens längd adderat med 2 ska vara lika lång som 2 multiplicerat med höjden.

Om vi ger en rektangel höjden 7 cm så ska basen vara $7 \text{ cm} \cdot 2 - 2 = 12 \text{ cm}$

$$7 \cdot 12 = 84 \text{ cm}^2$$

$$(7-1) \cdot (12+2) = 84 \text{ cm}^2$$

Bedömning elevarbete 8

Kvalitativa nivåer				Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	_____	_____	_____X→	2/2	
Matematiska resonemang	_____	_____	_____X→	1/2	
Redovisning och matematiskt språk	_____	_____	_____X→	2/1	
Summa				5/5	

Elevarbete 8 visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	använda generell metod
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	tolka sitt samband och bedöma giltigheten
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	visa sambandet mellan sidorna algebraiskt
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk

Bedömningsanvisningar Del II

Till uppgifterna ska eleverna lämna fullständiga lösningar. Elevlösningarna ska bedömas med g- och vg-poäng. Positiv poängsättning ska tillämpas, dvs eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för deras brister. För de flesta uppgifterna gäller följande allmänna bedömningsanvisningar.

För *maxpoäng* krävs klar och tydlig redovisning av korrekt tankegång med korrekt svar.

Till de enskilda uppgifterna finns korrekta svar och bedömningsanvisningar för delpoäng.

På de -märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter.

Eleven

- formulerar och utvecklar problemet och/eller använder generella metoder/modeller vid problemlösning (uppgift 10 och 11 d)
- värderar och jämför olika metoder/modeller (uppgift 8)
- redovisar välstrukturerat med lämpligt och korrekt matematiskt språk (uppgift 10 och 11 d).

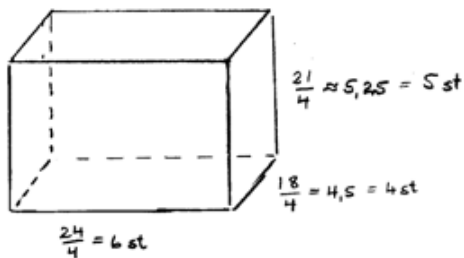
1. a) 6 flaskor	(Max 1/0)
b) 7 pizzor Redovisat godtagbar beräkning av mängd pizza med korrekt svar	(Max 2/0) + 1 g + 1 g
2. Fredag Ansats till lösning t ex beräknat $\frac{90}{7}$ Tydlig motivering med korrekt svar	(Max 2/0) + 1 g + 1 g
3. a) 70 g Fullständig lösning med korrekt svar	(Max 1/0) + 1 g
b) 30 % Ansats till lösning t ex beräknat prisskillnaden Fullständig lösning med korrekt svar	(Max 1/1) + 1 g + 1 vg
4. a) T ex 84 min ; 84,3 min ; 84 min 18 s ; 1 h 24 min Ansats till lösning t ex tecknat divisionen $\frac{590}{7}$ Redovisad lösning med godtagbart svar med enhet	(Max 2/0) + 1 g + 1 g
b) 168 min ; ca 3 h ; 2,8 h Ansats till lösning t ex beräknat energiinnehållet i en större chokladkaka eller räknat fram faktorn 5 Klar och tydlig redovisning med godtagbart svar	(Max 0/2) + 1 vg + 1 vg

5. a) T ex "Bil A är inte värd så mycket men inte heller så gammal som bil B. Bil A går inte så fort men är större." Minst två korrekta jämförelser Redovisar fyra korrekta jämförelser	(Max 2/0) + 1 g + 1 g
b)  Godtagbart diagram eller Godtagbart diagram	(Max 0/1) + 1 vg
6. a) $4,75 \text{ ft} ; 4\frac{3}{4} \text{ ft} ; 4\frac{9}{12} \text{ ft}$ Godtagbart svar	(Max 1/0) + 1 g
b) 1,60 m Ansats till lösning t ex något enhetsbyte Tydlig redovisning med godtagbart svar	(Max 1/1) + 1 g + 1 vg
7. a) 27 % Redovisat godtagbar tankegång med korrekt svar	(Max 2/0) + 1 g + 1 g

b)		(Max 1/1)
	Motiverat med stöd av endast tabell eller diagram eller ger en knapphändig motivering	+ 1 g
	Tydlig motivering med stöd av både tabell och diagram	+ 1 vg
	<u>Bedömda avskrivna autentiska elevarbeten</u>	
	I/0 Att hockey är mest drabbat för de har flest skador på samma antal spelare.	
	I/0 Jag skulle tro att hockeyn är den mest olycksdrabbade sporten för att den ligger i topp på det mest skadade per 1000 utövare.	
	I/0 Fler spelar fotboll men det är mer skador i ishockey.	
	I/I Att hockey är den mest olycksdrabbade idrotten. För att fler procent av de som utövar sporten blir skadade. Om man tittar på antalet skador i förhållande till antalet spelare.	
	I/I Att ishockey är det, stämmer, för där har man gjort undersökningen på samma antal människor i alla utav sporterna. Där fotboll låg högst är det för att fotboll även har flest utövare.	
	I/I Ishockey är den mest olycksdrabbade sporten eftersom den har flest skadade per 1000 utövare. Diagrammet ljugar lite då fotbollen har många fler utövare, så då blir procenthalten högre.	
8.	Jakobs lösning är korrekt	(Max 1/1) ▣
	Korrekt svar med någon motivering t ex ”Man kan inte mosa lådorna”	+ 1 g
	Korrekt svar med tydlig motivering	+ 1 vg
	<i>Bedömda elevarbeten se sid 25</i>	
9. a)	(2;64), (3;51) och (4;41)	(Max 2/0)
	Beräknat andra studsens	+ 1 g
	Samtliga värden i tabellen godtagbart beräknade	+ 1 g
b)	8 studsar	(Max 1/0)
	Lösning med korrekt svar	+ 1 g
c)	115 cm	(Max 0/2)
	Lösning där det framgår att 80 % beräknas på fallhöjden	+ 1 vg
	med korrekt svar (även redovisad strukturerad prövning godtages)	+ 1 vg
d)	”Studshöjd = bollens fallhöjd · 0,8 upphöjt till antalet studs”	(Max 0/1) ▣
	Godtagbar beskrivning eller formel som uttrycker exponentiell förändring	+ 1 vg
	<i>Bedömda elevarbeten se sid 26</i>	

10.	20 säckar	(Max 1/2)
	Ansats till lösning t ex beräknat halva cirkelns area	+ 1 g
	Beräknats rabattens volym	+ 1 vg
	Tydlig redovisning med korrekt svar	+ 1 vg
11.	17 %	(Max 1/1) □
	Ansats till lösning t ex ansatt antal elever och bestämt antal flickor	+ 1 g
	Tydlig redovisning med korrekt svar	+ 1 vg
	<i>Bedömda elevarbeten se sid 27–28</i>	

Bedömda elevarbeten till uppgift 8



Jakobs lösning är korrekt. Även om det volymmässigt får plats med volymen för de små lådorna, så måste ju hela lådan få plats. På bredden (18 cm) kan man endast få in 4 st, även om det finns tomrum över.

Alltså: Det finns plats för $6 \cdot 4 \cdot 5 = 120 \text{ st}$. Då finns det även tomrum i lådan, dock inget som är $4 \times 4 \times 4 \text{ cm}$ och därmed rymmer en hel liten låda.

Christer räknar med hela volymen och då kan man inte se om en kub skulle få plats eller ej. Han tar isär de sista klossarna han får ner.

(1/1) ☐

☐ värderar och jämför olika metoder

Jakob har rätt. Man kan inte utnyttja all volym som Christer gör utan måste räkna hur många lådor det får plats på längden, bredden och höjden.

(1/1) ☐

☐ värderar och jämför olika metoder

De båda elevarbetena visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	jämföra och kommentera båda lösningarna
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Bedömda elevarbeten till uppgift 9 d

$100 \cdot 0,8^x = F$	(0/1)
Svar: $F \cdot 0,8^x$ $F = \text{fallhöjd}$ $x = \text{antalet studs}$	(0/1)
$\text{studshöjden} = \text{fallhöjden} \cdot 0,8^x$	(0/1) ☐

Det sista elevarbetet visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	beskriva generell modell
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

$\text{studshöjden} = \text{bollens fallhöjd} \cdot 0,8^{\text{upphöjt till antalet studs}}$	(0/1) ☐
$0,8^S \cdot F = S_h$ $S = \text{studsar}$ $F = \text{fallhöjd}$ $S_h = \text{studshöjd}$	(0/1) ☐

De två sista elevarbetena visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	beskriva generell modell
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa med korrekt matematiskt språk

Bedömda elevarbeten till uppgift 11

El programmet Flickor : 24% Pojkar 76% Dubbelt så många elever 200% $0,24 \cdot 200 = 48\%$ 51% var flickor	Byggprogrammet Flickor 3% Pojkar 97% 100% $0,03 \cdot 100 = 3\%$	(1/0)
EL = $100 \cdot 0,24 = 24$ flickor BP = $0,03 \cdot 50 = 1,5$ flickor Flickor på skolan = $\frac{25,5}{150} = \frac{5,1}{30} = \frac{1,02}{6} = 17\%$ Svar: 17% är flickor på den skolan.		(1/1)
El program : 24% flickor 76% pojkar Bygg: 3% flickor 97% pojkar $24 \cdot 2 = 48\%$ $76 \cdot 2 = 152\%$ Flickor: $48\% + 3\% = 51\%$ Pojkar $152\% + 97\% = 249\%$ För att göra tillbaka till 100% så dividerar vi med 3 $\frac{51\%}{3} = 17\%$ $\frac{249}{3} = 83\%$ Svar: Det går 17% flickor på skolan		(1/1) □

Det sista elevarbetet visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	välja generell lösningsmetod
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	

Hela skolan har 100% elever. På bygg går 1 del på el går 2 delar } 1 del + 2 delar = 3 delar Bygg $\frac{1}{3}$ El: $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ av 24% är $\frac{0,24 \cdot 2}{3} = 0,16 = 16\%$ $\frac{1}{3}$ av 3% är $\frac{0,03 \cdot 1}{3} = 0,01 = 1\%$ $16\% + 1\% = 17\%$ Svar: 17% av skolans elever är tjejer	(1/1) ▣
Elprogrammet 2x antal elever Byggprogrammet: x antal elever $\frac{0,24 \cdot 2x + 0,03x}{3x} = \frac{0,48x + 0,03x}{3x} = \frac{0,51x}{3x} = \frac{0,51}{3} = 17\%$ Svar 17% är flickor	(1/1) ▣

De två sista elevarbetena visar följande MVG-kvaliteter:

MVG-kvalitet	visar eleven i denna uppgift genom t ex att
Formulerar och utvecklar problem, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	välja generell lösningsmetod
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	
Värderar och jämför metoder/modeller	
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	redovisa med ett korrekt matematiskt språk

Kravgränser

Maxpoäng

Detta prov kan ge maximalt 55 poäng varav 22 vg-poäng.

Provbetyget Godkänt

För att få provbetyget Godkänt ska eleven ha erhållit minst 19 poäng.

Provbetyget Väl godkänt

För att få provbetyget Väl godkänt ska eleven ha erhållit minst 34 poäng varav minst 9 vg-poäng.

MVG-kvalitet

På de ☐-märkta uppgifterna i detta prov kan eleven visa följande MVG-kvaliteter (markerat med ○).

MVG-kvalitet	Del I Uppgift	Del II Uppgift			
	11	8	9 d	11	Övriga uppgifter*
Formulerar och utvecklar problemet, använder generella metoder/modeller vid problemlösning	○		○	○	
Analyserar och tolkar resultat, drar slutsatser samt bedömer rimlighet	○				
Genomför bevis och/eller analyserar matematiska resonemang	○				
Värderar och jämför metoder/modeller		○			
Redovisar välstrukturerat med korrekt matematiskt språk	○		○	○	

Provbetyget Mycket väl godkänt

För att få provbetyget Mycket väl godkänt ska eleven ha visat *minst fyra av ovanstående nio MVG-kvaliteter*. Dessa MVG-kvaliteter ska vara av *minst tre olika slag*. Eleven ska också ha erhållit minst 16 vg-poäng för att visa en bredd i sina matematikkunskaper.

*I undantagsfall kan elever visa MVG-kvaliteter i sitt arbete med andra uppgifter. Detta bör då tas med i bedömningen.

Matrisformulär till bedömning och kalkylark för poängberäkning finns på PRIM-gruppens hemsida (www.prim-gruppen.se).

Provsammanställning

Sammanställning över hur kursprovet berörs av mål och kriterier enligt kursplan Gy2000

Kursmål och betygskriterier finns i bilaga 2 och 3. Där framgår också den numrering av mål och kriterier som används i nedanstående sammanställningar.

Kategorisering av uppgifterna 1–10 i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier											
Uppgift nr	g-poäng	vg-poäng	Allmän		Aritmetik		Geometri		Statistik		Algebra och funktionslära		Teknik	Historia	Godkänt				Väl godkänt					
			A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10			G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	
1.	1	0		x											x									
2.	1	0		x											x									
3.	1	0	x							x					x		x							
4.	1	0	x	x											x									
5.	1	0		x											x									
6.	1	0			x	x									x									
7.	0	1	x					x											x		x			
8.	0	1		x															x					
9.	0	1	x	x					x		x								x		x	x		
10.	0	1	x		x	x			x										x		x	x		
	6	4		4/1	1/1	0/1	1/1								6				4					

Kategorisering av uppgift 11 i Del I

			Kunskapsområde										Betygskriterier														
Upp- gift nr	g- poäng	vg- poäng	□	Allmän	Aritmetik	Geometri		Statistik	Algebra och funktionslära		Teknik	Historia	Godkänt				Väl godkänt					Mycket väl godkänt					
				A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5
11.	5	5	□	x	x	x	x		x		x			x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x		
				1/1	1/0	3/2			0/2					5				5									

Kategorisering av uppgifterna i Del II

			Kunskapsområde										Betygskriterier															
Upp- gift nr	g- poäng	vg- poäng	□	A1	A2	Geometri		A5	Algebra och funktionslära			A9	A10	Godkänt				Väl godkänt					Mycket väl godkänt					
						A3	A4		A6	A7	A8			G1	G2	G3	G4	V1	V2	V3	V4	V5	M1	M2	M3	M4	M5	
1. a)	1	0		x	x										x													
b)	2	0		x	x										x		x											
2.	2	0		x	x										x		x											
3. a)	1	0			x										x		x											
b)	1	1		x	x										x		x		x	x								
4. a)	2	0		x	x			x							x		x											
b)	0	2		x	x			x											x		x	x						
5. a)	2	0						x	x						x	x												
b)	0	1		x				x	x										x		x							
6. a)	1	0			x										x													
b)	1	1			x	x									x		x		x									
7. a)	2	0			x			x							x		x		x	x	x							
b)	1	1		x				x							x	x												
8.	1	1	□	x		x	x								x	x			x	x	x						x	
9. a)	2	0		x	x					x	x				x		x											
b)	1	0		x	x					x	x	x			x		x											
c)	0	2		x	x					x	x	x							x		x	x						
d)	0	1	□						x		x								x		x	x			x			
10.	1	2		x		x	x								x		x		x		x	x						
11.	1	1	□	x	x					x					x		x		x		x				x			
	22	13		3/3	9/3	3/2	4/3	2/2	1/0						22										13			

Mål att sträva mot

Provet som helhet kan anses pröva delar av målen att sträva mot S1–S6 och S8 (se Bilaga 1). Uppgift 11 i Del I och uppgift 8, 9 d och 11 i Del II prövar speciellt delar av målen att sträva mot S4–S6.

Mål att sträva mot i ämnet matematik enligt kursplan Gy2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

- S1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,
- S2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,
- S3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,
- S4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,
- S5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,
- S6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,
- S7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,
- S8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,
- S9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,
- S10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Mål som eleverna ska ha uppnått efter avslutad kurs A i matematik enligt kursplan Gy2000

Eleven skall

- A1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för vardagsliv och vald studieinriktning,
- A10. känna till hur matematiken påverkar vår kultur när det gäller till exempel arkitektur, formgivning, musik eller konst samt hur matematikens modeller kan beskriva förlopp och former i naturen,

Aritmetik

- A2. ha fördjupat och vidgat sin taluppfattning till att omfatta reella tal skrivna på olika sätt, med och utan tekniska hjälpmedel med omdöme kunna tillämpa sina kunskaper i olika former av numerisk räkning med anknytning till vardagsliv och studieinriktning,

Geometri

- A3. ha fördjupat kunskaperna om geometriska begrepp och kunna tillämpa dem i vardags-situationer och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A4. vara så förtrogen med grundläggande geometriska satser och resonemang att hon eller han förstår och kan använda begreppen och tankegångarna vid problemlösning,

Statistik

- A5. kunna tolka, kritiskt granska och med omdöme åskådliggöra statistiska data samt kunna tolka och använda vanligt förekommande lägesmått,

Algebra och funktionslära

- A6. kunna tolka och hantera algebraiska uttryck, formler och funktioner som krävs för problemlösning i vardagslivet och i studieinriktningens övriga ämnen,
- A7. kunna ställa upp och tolka linjära ekvationer och enkla potensekvationer samt lösa dem med för problemsituationen lämplig metod och med lämpliga hjälpmedel,
- A8. kunna ställa upp, tolka, använda och åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner som modeller för verkliga förlopp inom privatekonomi och i samhälle,

Tekniska hjälpmedel

- A9. ha vana att vid problemlösning använda dator och grafitande räknare för att utföra beräkningar och åskådliggöra grafer och diagram.

Betygskriterier för ämnet matematik enligt kursplan Gy2000**Kriterier för betyget Godkänd**

- G1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
- G2. Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- G3. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
- G4. Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

- V1. Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
- V2. Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
- V3. Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
- V4. Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
- V5. Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

- M1. Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
- M2. Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
- M3. Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
- M4. Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
- M5. Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.